Kaufmännisches Rechnen

Inhaltsverzeichnis

1. Dreisatzrechnen

1.1 Einfacher Dreisatz mit proportionalem Verhältnis

1.1.1 Ausgangssituation

Als Inhaber eines Geschenkartikel-Shops entscheiden Sie sich dazu, Ihren Kunden ab sofort auch die faszinierenden Loungelight-Kerzen zum Kauf anzubieten. Nachdem Sie beim Hersteller den Händler-Einkaufspreis angefragt haben, erhalten Sie von diesem folgendes Antwortschreiben:

Wir bedanken uns vielmals für Ihre Anfrage und teilen Ihnen hiermit wunschgemäß den Händler-Einkaufspreis für die Loungelight-Kerzen mit:

Menge	*Händlerpreis*
Verpackungseinheit á 18 Kerzen	*133,20 €*

Für abweichende Mengen bitten wir darum, den Preis entsprechend umzurechnen.

Sie möchten für den Anfang einen Vorrat von 50 Kerzen bestellen. Wie viel Euro werden Sie für die 50 Kerzen bezahlen müssen?

1.1.2 Lösung in einzelnen Schritten (mathematische Vorgehensweise)

Der einfache Dreisatz mit proportionalem Verhältnis ist die einfachste Form des **Verhältnisrechnens**, bei welchem die Werte zweier verschiedener Werteskalen (und in der Regel auch verschiedener Maßeinheiten) ins Verhältnis zueinander gesetzt werden, um einander entsprechende Werte zu ermitteln. Die Vorgehensweise erfolgt dabei in 3 Schritten:

1) Verhältnis bestimmen
2) auf eine Einheit herunter rechnen
3) auf gesuchte Größe hoch rechnen

Es empfiehlt sich dabei, die Werte gleicher Maßeinheit untereinander zu schreiben und den gesuchten Wert rechts unten zu positionieren:

gegeben:		18 St.	kosten	133,20 €	
	: 18				: 18
Einheit:		1 St.	kostet	7,40 €	
	x 50				x 50
gesucht:		50 St.	kosten	$\boxed{\text{X €}}$	

Proportionales Verhältnis:

=> je weniger, desto weniger

=> je mehr, desto mehr

$$X\,€ = 133{,}20\,€ \times \frac{50}{18} = 370{,}00\,€$$

1.1.3 Lösung in einem Schritt (logische Vorgehensweise)

Die Aufgabe lässt sich aber auch einfacher und schneller lösen, indem man auf Basis des gegebenen Verhältnisses vorab eine einfache logische Überlegung anstellt, ob das Ergebnis größer oder kleiner als der Ausgangswert sein muss. Auch hierzu empfiehlt es sich, die gegebenen Werte gleicher Maßeinheiten zunächst untereinander zu schreiben und den gesuchten Wert rechts unten zu positionieren:

gegeben:	18 St.	kosten	133,20 €
gesucht:	50 St.	kosten	X €

Um den gesuchten Wert x zu errechnen, beginnt man die Formel zunächst mit dem entsprechenden Ausgangswert gleicher Maßeinheit – in diesem Fall also 133,20 €.

Diesen Wert multipliziert man sodann mit einem Bruch, welcher sich aus den beiden anderen Werten zusammensetzt – in diesem Fall also 18 St und 50 St. Beachten Sie dass diese beiden Werte dieselbe Maßeinheit haben, welche sich im Bruch folglich weg kürzt.

Um zu bestimmen, welcher der beiden Werte über den Bruchstrich und welcher der beiden Werte unter den Bruchstrich muss, muss man sich lediglich die Frage stellen, ob das Ergebnis logischerweise größer oder kleiner werden muss, als der Ausgangswert:

Wenn das **Ergebnis größer** werden muss als der Ausgangswert, denn kommt der **größere der beiden Werte über den Bruchstrich** und bildet somit den Zähler des Bruchs … und der kleinere der beiden Werte kommt unter den Bruchstrich und bildet somit den Nenner des Bruchs.

Wenn hingegen das **Ergebnis kleiner** werden muss als der Ausgangswert, denn kommt der **kleinere der beiden Werte über den Bruchstrich** und bildet somit den Zähler des Bruchs … und der größere der beiden Werte kommt unter den Bruchstrich und bildet somit den Nenner des Bruchs.

Es ist logisch, dass 50 Stück mehr kosten müssen als 18 Stück – somit muss der gesuchte Wert für 50 Stück größer sein als der Ausgangspreis von 133,20 € für 18 Stück. Der **größere der beiden Werte** muss also **über den Bruchstrich**. Der Dezimalwert dieses Bruchs ergibt dabei gleichsam einen **Multiplikationsfaktor** von 2,7777 – also einen Wert **größer als 1**.

Multipliziert man den Ausgangswert von 133,20 € mit diesem **Multiplikationsfaktor**, welcher **> 1** ist, so ergibt sich als **Ergebnis folglich auch ein größerer Wert als der Ausgangswert**:

gegeben:	18 St.	kosten	133,20 €
gesucht:	50 St.	kosten	$X € = 133{,}20 € \times \frac{50}{18}$

$$= 133{,}20 € \times 2{,}7777 = 370{,}00 €$$

Setzt man hingegen den **kleineren der beiden Werte über den Bruchstrich**, so ergibt sich daraus ein **Multiplikationsfaktor**, welcher **kleiner als 1** ist und welcher folglich bewirkt, dass das **Ergebnis kleiner wird als der Ausgangswert**.

Im vorliegenden Fall ergäbe der Dezimalwert eines solchen Bruchs einen **Multiplikationsfaktor** von 0,36 – also einen Wert **kleiner als 1**.

Multipliziert man den Ausgangswert von 133,20 € mit diesem **Multiplikationsfaktor**, welcher **< 1** ist, so ergibt sich als Ergebnis folglich auch ein kleinerer Wert als der Ausgangswert:

gegeben:	18 St.	kosten	133,20 €
gesucht:	50 St.	kosten	$X € = 133{,}20 € \times \frac{18}{50}$
			$= 133{,}20 € \times 0{,}36 = 47{,}95 €$

Dies ergibt in unserem Fall jedoch keinen Sinn, da 50 Stück logischerweise mehr kosten müssen, als 18 Stück! Es wäre in diesem Fall daher falsch, den kleineren der beiden Werte in den Zähler zu setzen! (Für weniger als 18 Stück hingegen wäre dies richtig)

Je nach Aufgabenstellung kann es also auch durchaus richtig sein, den kleineren Wert in den Zähler zu setzen – nämlich immer dann, wenn das Ergebnis aufgrund der logischen Vorüberlegungen kleiner werden muss als der Ausgangswert. **Es hängt also stets von der jeweiligen Aufgabenstellung und Ihrer Vorüberlegung ab, ob das Ergebnis im jeweiligen Fall größer oder kleiner werden muss als der Ausgangswert!**

Mit dieser logischen Vorgehensweise und gleichsam einfachen Regel können Sie sämtliche Aufgabenstellungen im Bereich des kaufmännischen Rechnens lösen – sei es nun eine jegliche Variante des Dreisatzrechnens, des Prozentrechnens, des Verteilungsrechnens, des Währungsrechnens oder des Zinsrechnens!

1.1.4 Übungsaufgaben zum proportionalen Dreisatz

1. 288 kg einer Ware kosten 792,00 €. Wie viel kosten 312 kg?
2. Ein Lagerarbeiter erhält für 40 Arbeitsstunden einen Lohn von 450,00. Wie hoch ist der Lohn für 32 Arbeitsstunden?
3. In einem Betrieb verbraucht die Gasheizungsanlage für 85 Heizungstage 1685 cbm Gas. Wie hoch ist der Gasverbrauch für a) 63 Tage, b) 108 Tage? (Genauigkeit: auf 3 Stellen hinter dem Komma runden!)
4. Zur Lackierung einer Fläche, die 6,80 m lang und 4,71 m breit ist, werden 3,5 kg Lack benötigt. Wie viel kg Lack sind zum Bestreichen einer Fläche von 10,85 m Länge und 5,36 m Breite erforderlich? (Genauigkeit: auf 3 Stellen hinter dem Komma runden!)
5. 115 kg einer Ware kosten 690,00 €. Wie viel € kosten 35 kg dieser Ware?
6. Auf 50 kg einer Ware entfallen 59,50 € Frachtkosten. Berechnen Sie den Frachtkostenanteil für 34 kg.
7. Der Preis für 3 ¾ m Gardinenstoff beträgt 234 €. Welchen Preis muss man für 7,20 m dieses Stoffes bezahlen?
8. 5 l Motoröl GTX kosten 9,69 €. Berechnen Sie den Preis für ¾ l. (Genauigkeit: auf 2 Nachkommastellen runden!)
9. Unter Berücksichtigung von 50 kg Schlachtverlust beträgt das Gewicht der verkaufsfähigen Fleischmenge 150 kg. Berechnen Sie das Lebendgewicht der Schlachttiere, das erforderlich ist, um 240 kg verkaufsfähige Ware zu erhalten.
10. Bei der Herstellung von 64 qm einer Ware beträgt der Abfall 16 qm. Wie viel qm Material müssen Sie bereitstellen, um daraus 160 qm verkaufsfähige Ware zu produzieren?
11. Eine Brauerei bietet 1 Hektoliter Bier zu 184,00 € + 7,65 € Frachtkosten an. Ermitteln Sie den Angebotspreis für 40 Liter Bier.
12. Der Bruttolohn eines Arbeiters beträgt für 45 Arbeitsstunden 495,00 €. Zu berechnen ist der Bruttolohn für 35 Arbeitsstunden.
13. Eine Kreissäge verbraucht in 4 ½ Stunden 174 kWh an Strom. Wie viel kWh Strom verbraucht die Kreissäge in 15 ¾ Stunden?
14. Die Zapfsäule einer Tankstelle gibt in 3 Minuten 66 l Benzin ab. In welcher Zeit kann ein Tank mit 55 l Inhalt gefüllt werden?
15. Der Fußbodenbelag für ein Zimmer mit einer Grundfläche von 8 m x 9 m kostet 1288,46 €. Wie viel € werden die Kosten für den Fußbodenbelag eines Raumes sein, der eine Grundfläche von 5 m x 6 m aufweist? (Genauigkeit: auf 2 Stellen hinter dem Komma runden!)

1.2 Einfacher Dreisatz mit antiproportionalem Verhältnis

1.2.1 Ausgangssituation

Für eine Klassenfahrt wollen wir einen Bus mieten. Bei 28 Teilnehmern hätte jeder Schüler 14,50 € an anteiligen Kosten für die Miete des Busses bezahlen müssen. Aufgrund einer neu hinzu gekommenen Mitschülerin in der Klasse sind wir nun jedoch 29 Teilnehmer. Wie viel Euro muss ein jeder Schüler jetzt an anteiligen Kosten für den Bus bezahlen?

1.2.2 Lösung in einzelnen Schritten (mathematische Vorgehensweise)

Der einfache Dreisatz mit antiproportionalem Verhältnis unterscheidet sich vom einfachen Dreisatz mit proportionalem Verhältnis lediglich dadurch, dass das Verhältnis umgekehrt ist. Ansonsten ist die Vorgehensweise zur Lösung identisch:

1) Verhältnis bestimmen
2) auf eine Einheit herunter rechnen
3) auf gesuchte Größe hoch rechnen

Es empfiehlt sich auch hier, die Werte gleicher Maßeinheit untereinander zu schreiben und den gesuchten Wert rechts unten zu positionieren:

gegeben:		28 Tln.	zahlen je	14,50 €		**Antiproportionales Verhältnis:**
	: 28				x 28	=> je weniger, desto mehr
Einheit:		1 Tln.	zahlt	406,00 €		
	x 29				: 29	=> je mehr, desto weniger
gesucht:		29 Tln.	zahlen je	$\boxed{X €}$		

$$X € = 14{,}50 € \times \frac{28}{29} = 14{,}00 €$$

Aufgrund des antiproportionalen Verhältnisses ist hier

- ⇨ Auf der rechten Seite zu multiplizieren, wenn auf der linken Seite dividiert wird … und
- ⇨ Auf der rechten Seite zu dividieren, wenn auf der linken Seite multipliziert wird.

Auf der rechten Seite ist somit **stets die gegenteilige Rechenoperation wie auf der linken Seite** durchzuführen.

1.2.3 Lösung in einem Schritt (logische Vorgehensweise)

Wie auch bereits der proportionale Dreisatz lässt sich der antiproportionale Dreisatz ebenfalls auf eine einfachere und schnellere Methode lösen, indem man auf Basis des gegebenen Verhältnisses vorab eine einfache logische Überlegung anstellt, ob das Ergebnis größer oder kleiner als der Ausgangswert sein muss … und den Ausgangswert sodann mit einem entsprechenden Bruch aus den beiden übrigen Werten multipliziert:

Wenn das **Ergebnis größer** werden muss als der Ausgangswert, denn kommt der **größere der beiden Werte über den Bruchstrich** und bildet somit den Zähler des Bruchs … und der kleinere der beiden Werte kommt unter den Bruchstrich und bildet somit den Nenner des Bruchs.

Wenn hingegen das **Ergebnis kleiner** werden muss als der Ausgangswert, denn kommt der **kleinere der beiden Werte über den Bruchstrich** und bildet somit den Zähler des Bruchs … und der größere der beiden Werte kommt unter den Bruchstrich und bildet somit den Nenner des Bruchs.

Es ist logisch, dass bei 29 Teilnehmern weniger anteilige Bus-Kosten für jeden einzelnen Teilnehmer anfallen, als dies bei 28 Teilnehmern der Fall ist – somit muss der gesuchte Wert für 29 Teilnehmer kleiner sein als der Ausgangspreis von 14,50 € bei 28 Teilnehmern. Der **kleinere der beiden Werte** muss also **über den Bruchstrich**. Der Dezimalwert dieses Bruchs ergibt dabei gleichsam einen **Multiplikationsfaktor** von 0,9655 – also einen Wert **kleiner als 1**.

Multipliziert man den Ausgangswert von 14,50 € mit diesem **Multiplikationsfaktor**, welcher **< 1** ist, so ergibt sich als **Ergebnis folglich auch ein kleinerer Wert als der Ausgangswert**:

gegeben:	28 Tln.	zahlen je	14,50 €
gesucht:	29 Tln.	zahlen je	$X\,€ = 14{,}50\,€ \times \frac{28}{29}$
			$= 14{,}50\,€ \times 0{,}9655 = 14{,}00\,€$

Gegenprobe:

Anders herum ergäbe der Bruch keinen Sinn, da sich daraus ein **Multiplikationsfaktor > 1** ergeben würde, was zur Folge hätte, dass das **Ergebnis größer** würde **als der Ausgangswert**.

gegeben:	28 Tln.	zahlen	14,50 €
gesucht:	29 Tln.	zahlen	$X\,€ = 14{,}50\,€ \times \frac{29}{28}$
			$= 14{,}50\,€ \times 1{,}0357 = 15{,}02\,€$

Wir wissen aber, dass das Ergebnis logischerweise kleiner werden muss als der Ausgangswert – daher wäre es in diesem Fall falsch, den größeren der beiden Werte in den Zähler zu setzen! (Für weniger als 28 Teilnehmer hingegen wäre dies richtig.)

1.2.4 Übungsaufgaben zum antiproportionalen Dreisatz

1. Für die Lieferung eines großen Auftrags werden 12 LKWs mit je 8 Tonnen Ladegewicht benötigt. Wie viele LKWs müssten bereitgestellt werden, wenn diese jeweils nur 6 Tonnen Ladegewicht hätten?

2. In einem Produktionsbetrieb werden täglich 700 kg Rohstoffe verbraucht. Der gegenwärtige Rohstoffvorrat reicht noch 36 Tage. Wie viele Tage würde der Vorrat reichen, wenn täglich nur 560 kg Rohstoffe verbraucht würden?

3. Um einen Kundenauftrag in 15 Tagen fertig zu stellen, werden in der Produktion täglich 600 kg Rohstoffe verarbeitet. Welche Rohstoffmenge müsste man pro Tag verarbeiten, um den gleichen Auftrag in bereits 12 Tagen fertig zu stellen?

4. Mit einer gegebenen Menge an Pflastersteinen kann man einen quadratischen Parkplatz mit einer Seitenlänge von 15 m auspflastern. Wie breit kann man mit der gleichen Menge an Pflastersteinen einen Parkplatz anlegen lassen, der eine Seitenlänge von 10 m hat.

5. Ein Heizölvorrat von 4524 l reicht bei normalem Verbrauch 156 Tage. Wie lange würde der Vorrat reichen, wenn der Tagesverbrauch um 5 l gesenkt würde.

6. Die Ausgaben für eine Gemeinschaftswerbung, an der sich 16 Unternehmen beteiligen, betragen insgesamt 32.480,00 €. Um wie viel € senken sich die anteiligen Kosten je Unternehmen, wenn sich weitere 9 Geschäfte an der Gemeinschaftswerbung beteiligen?

7. Der vorhandene Bestand an Fotokopierpapier reicht bei einem Tagesbedarf von 72 Blatt noch 90 Tage. Wie lange wird der Vorrat reichen, wenn der Tagesbedarf um die Hälfte steigt?

1.2.5 Vermischte Übungsaufgaben

1. Für die Auslegung eines Fußbodens werden 57 laufende Meter einer 1,40 m breiten Teppichbodenrolle benötigt. Wie viel laufende Meter werden benötigt, wenn die Teppichbodenrolle nur 1,05 m breit ist.

2. Der Preis für 50,8 kg einer Ware beträgt 228,60 €. Zu berechnen ist der Preis für eine Tonne (=1000 kg)

3. Der Kraftstoffverbrauch eines PKW beträgt 8 l je 100 km. Ermittle die Benzinkosten für eine Jahresleistung von 27.000 km unter Berücksichtigung eines Preises von 1,039 € je Liter.

4. Ein Wasserbehälter, der 168.000 l erfasst, kann durch 2 Zuleitungen gefüllt werden. Die erste Zuleitung liefert 180 l je Minute, die zweite Zuleitung 240 l je Minute. Wie viel Minuten dauert das Füllen des Wasserbehälters, wenn beide Zuleitungen gleichzeitig in Betrieb sind?

5. Ein Auftrag kann von 22 Arbeitskräften in 7 Arbeitstagen ausgeführt werden. Wie viele Tage kann man für die Erledigung eines Eilauftrags einsparen, wenn man zusätzlich 8 Arbeitskräfte einsetzt?

6. Beim Rösten von 50 kg Rohkaffee entsteht ein Röstverlust von 5,2 kg. Wie viel Rohkaffee muss man rösten, um 160 kg Röstkaffee zu erhalten? (auf volle kg aufrunden!)

1.3 Zusammengesetzter Dreisatz

1.3.1 Ausgangssituation

In einer Weberei kann aus 78 kg Wolle ein Tuch von 390 mtr Länge und 110 cm Breite hergestellt werden.

Ein Kunde möchte aus 135 kg Wolle ein Tuch von 75 cm Breite hergestellt haben und möchte vorab wissen, welche Länge das Tuch bei der gegebenen Wollmenge haben wird.

1.3.2 Lösung in einzelnen Schritten (stufenweise Auflösung)

Ein zusammengesetzter Dreisatz ist eine komplexe Aufgabenstellung, in welcher gleich mehrere einzelne Dreisätze enthalten sind. **Einen zusammengesetzten Dreisatz löst man stufenweise, indem man ihn in seine einfachen Dreisätze auflöst.**

Es empfiehlt sich auch hier, die Werte gleicher Maßeinheit untereinander zu schreiben und den gesuchten Wert rechts unten zu positionieren:

1. Schritt:

	Wollmenge	ergibt	Breite (cm)	x	Länge (mtr)
gegeben:	**78 kg**	**=>**	**110 cm**	**x**	**390 mtr**
	78 kg				390 mtr
1. Dreisatz	1 kg				5 mtr
	135 kg				**675 mtr**
Zwischenergebnis:	**135 kg**	**=>**	**110 cm**	**x**	**675 mtr**
gesucht:	**135 kg**	**=>**	**75 cm**	**x**	**x mtr**

2. Schritt:

	Wollmenge	ergibt	Breite (cm)	x	Länge (mtr)
gegeben:	**78 kg**	**=>**	**110 cm**	**x**	**390 mtr**
	78 kg				390 mtr
1. Dreisatz	1 kg				5 mtr
	135 kg				**675 mtr**
Zwischenergebnis:	**135 kg**	**=>**	**110 cm**	**x**	**675 mtr**
			110 cm		675 mtr
2. Dreisatz			1 cm		74250 mtr
			75 cm		**990 mtr**
gesucht:	**135 kg**	**=>**	**75 cm**	**x**	**990 mtr**

Zusammenfassung:

	Wollmenge		Breite (cm)	x	Länge (mtr)
gegeben:	**78 kg**	**=>**	**110 cm**		**390 mtr**
	78 kg				390 mtr
1. Dreisatz	1 kg				5 mtr
	135 kg	=>	110 cm		675 mtr
2. Dreisatz			1 cm		74250 mtr
			75 cm		990 mtr
gesucht:	**135 kg**	**=>**	**75 cm**	**x**	**990 mtr**

1.3.3 Lösung in einem Schritt (Kettensatz)

Wie schon beim einfachen Dreisatz lässt sich auch ein zusammengesetzter Dreisatz ebenfalls einfacher und schneller lösen, indem man für die gegebenen Einzelverhältnisse vorab jeweils eine logische Überlegung anstellt, ob das entsprechende Zwischenergebnis größer oder kleiner als der Ausgangswert werden muss … und den **Ausgangswert** sodann **mit den Brüchen aus den entsprechenden Wertepaaren multipliziert**:

Für jeden Bruch ist dabei methodisch wie folgt vorzugehen:

1. Verhältnis bestimmen: Muss das Zwischenergebnis größer oder kleiner sein als der Ausgangswert?
2. Wenn das **Ergebnis größer** werden muss als der Ausgangswert, denn kommt der **größere der beiden Werte über den Bruchstrich**.
3. Wenn das **Ergebnis kleiner** werden muss als der Ausgangswert, denn kommt der **kleinere der beiden Werte über den Bruchstrich**

	Wollmenge		Breite		Länge
gegeben:	78 kg	ergeben	110 cm	x	390 mtr
gesucht:	135 kg	ergeben	75 cm	x	X mtr

$$= 390 \text{ mtr} \times \frac{135}{78} \times \frac{110}{75}$$

$$= 390 \text{ mtr} \times 1{,}731 \times 1{,}467 = 990 \text{ mtr}$$

Bei dieser Lösungsweise spricht man auch von einem so genannten **Kettensatz**.

1.3.4 Übungsaufgaben zum zusammengesetzten Dreisatz

1. Für Montagearbeiten auf einer Baustelle sollen 6 Handwerker bei einer Arbeitszeit von täglich 8 Stunden 12 Tage lang eingesetzt werden. Auf wie viele Tage kann man die vorgesehene Montagezeit verkürzen, wenn man die tägliche Arbeitszeit um 1 Stunde verlängert und zusätzlich 2 Monteure einsetzt?

2. Für ein Bauvorhaben werden 91500 Steine mit den Abmessungen 25 cm x 12 cm x 6,5 cm benötigt. Wie viele Bausteine mit den Abmessungen 30 cm x 24 cm x 13 cm würden für das gleiche Vorhaben benötigt?

3. Die Lohnkosten eines Unternehmens betragen 5760,00 €, wenn 12 Arbeiter 5 Tage lang jeweils 8 Stunden beschäftigt werden. Welchen Betrag muss man unter sonst gleichen Bedingungen für 15 Arbeiter in 9 Tagen bereitstellen, wenn die tägliche Arbeitszeit 7 Stunden beträgt?

4. Eine Teppichbodenrolle von 1,20 m Breite und 60 m Länge wird in eine gleichwertige Rolle von 0,75 m Breite ausgetauscht. Errechnen Sie die Länge der neuen Teppichbodenrolle.

5. Zur Erstellung eines Auftrages über 120 Motoren werden 21 Arbeiter 15 Tage lang 7½ Stunden pro Tag eingesetzt. Auf Drängen des Kunden hat man sich verpflichtet, in 5 Tagen 80 Stück zu liefern. Wie viele Arbeiter muss man zusätzlich einsetzen, wenn die Arbeitszeit für alle Arbeiter und ½ Stunde verkürzt wird?

6. Ein Unternehmen beschäftigte bisher 48 Facharbeiter. Die Monatsproduktion betrug an 20 Arbeitstagen mit je 8 Stunden Arbeitszeit 2500 Fertigteile. Berechnen Sie die zukünftige Monatsproduktion an 24 Arbeitstagen, wenn die tägliche Arbeitszeit aus tariflichen Gründen um 1 Stunde verkürzt und die Zahl der Arbeitskräfte auf 40 verringert wird. Die bisher genutzten Maschinen sollen durch neue ersetzt werden, die 20% mehr Leistung bringen.

7. Eine Großmühle besitzt für das Löschen von Getreidekähnen 3 Pumpenanlagen mit einem Saugvermögen von 200 t, 250 t und 300 t je Stunde. Das Löschen einer Ladung würde 30 Stunden dauern, wenn nur die erste Sauganlage eingesetzt würde. Wie viele Stunden wären für das Löschen der Ladung erforderlich, wenn
   a) die 1. und die 3. Anlage gleichzeitig in Betrieb genommen würden,
   b) alle drei Anlagen gleichzeitig eingesetzt würden?

8. Ein Graben von 80 m Länge, 1,50 m Breite und 1,75 m Tiefe wurde von 5 Arbeitern unter Verwendung einfacher Maschinen in 75 Arbeitstagen bei einer täglichen Arbeitszeit von 9 Stunden ausgehoben. In wie vielen Arbeitstagen kann bei gleichen Bodenverhältnissen ein Graben von 100 m Länge ausgehoben werden, der 1,40 m breit und 2 m tief ist, wenn 4 Arbeiter täglich 7½ Stunden eingesetzt werden und außerdem neue Maschinen zur Verfügung stehen, die im Vergleich zu den bisher genutzten die dreifache Leistung erbringen?

9. Die bisherige Monatsproduktion von 450 Motoren soll auf 1000 Stück gesteigert werden. Dabei soll gleichzeitig eine Arbeitszeitverkürzung von 45 auf 40 Wochenstunden vorgenommen werden. Das Unternehmen will dazu die Mitarbeiterzahl von 3200 auf 4000 erhöhen und außerdem die bisher genutzten Maschinen durch modernere ersetzen. Die wie vielfache Leistung der bisher genutzten Maschinen müssen die neuen Maschinen unter Berücksichtigung der übrigen geänderten Faktoren erbringen?

10. Für die Herstellung von 60 Ballen Baumwollstoff von je 25 m Länge und 1,40 m Breite benötigt man 540 kg Baumwolle. Wie viel kg werden für die Herstellung von 35 Ballen Stoff zu je 20 m Länge und 1,05 m Breite benötigt?

2. Währungsrechnen

2.1 Ausgangssituation

Der Inhaber der Fa. NeuroStreams aus Berlin erhält folgendes Schreiben der Fa. Synetic Systems aus den USA:

Synetic Systems
Tools for Self-Transformation

Synetic Systems International
170 NW 73rd Street
Seattle WA 98117
USA

Tel: 206-632-1722
Fax: 206-666-4631
www.syneticsystems.com

Seattle, 09/19/2015

NeuroStreams
Tim Daugs
Invalidenstr. 151
D – 10115 Berlin
Germany

Dear Tim,

I´m delighted to announce that we will launch the production of our recently developed light/sound-system - the *Procyon* with a built-in AudioStrobe-decoder - in October this year. We'll probably be able to deliver the first charges by the beginning of November. I´ve attached a picture of the *Procyon* below.

According to our earlier agreements you will have the exclusive rights as our general distributor for Germany. Therefore we will be able to offer you the *Procyon* for a special wholesale price of 125.00 US$ per unit.

As we are also interested into distributing your NeuroStreams-CDs inside the US as a supplemental product to the *Procyon*, please send us your wholesale prices (in US$) for the CDs in accordance.

I´m looking forward to a good business cooperation with you!

Best regards,

Robert Austin
Synetic Systems International

a) Herr Daugs muss er der Fa. Synetic Systems nun einen Angebotspreis für seine CDs in der Währung US$ unterbreiten. In € wären es 7,50 €.

b) Weiterhin möchte er ermitteln, welchem € Betrag sein Einkaufspreis für den Procyon i.H.v. 125,00 US$ entspricht.

2.2 Wechselkurs

Um diese Aufgabe zu bewerkstelligen, muss Herr Daugs zunächst einmal den aktuellen Wechselkurs zwischen € und US$ in Erfahrung bringen. Hierzu wirft er einen Blick auf die Internetseite der Deutschen Bank, wo er folgende Information erhält:

	EUR	USD
EUR	1	1,11885
USD	0,89378	1

Um diese Information zu verstehen, muss man wissen, dass es zwei verschiedene Wechselkursnotierungen gibt:

1. **Mengennotierung**:
   Bei der Mengennotierung wird angegeben, wie viel Geld der Fremdwährung man für einen Euro erhält:

   1 € = 1,11885 US$

2. **Preisnotierung:**
   Bei der Preisnotierung wird angegeben, was eine Geldeinheit der Fremdwährung in € kostet:

   1 US$ = 0,89378 €

   Faktisch handelt es sich bei den beiden Notierungen **jeweils** um den **Kehrwert der anderen Notierung**:

   $$\frac{1}{1{,}11885} = 0{,}89378 \quad \text{und} \quad \frac{1}{0{,}89378} = 1{,}11885$$

   Die **in Europa** üblicherweise verwendete Notierung ist die **Mengennotierung**.

2.3 Lösungen

Wenn man den Wechselkurs zwischen Euro und Fremdwährung kennt, dann ist das Währungsrechnen nichts anderes als der uns bereits bekannte **Dreisatz mit proportionalem Verhältnis**.

2.3.1 Fall 1: Umrechnung von Eurobeträgen in Fremdwährungsbeträge

Wir können diese Aufgabe auf klassische Weise in einzelnen Schritten durchführen, um den Angebotspreis für die CDs (7,50 €) in US$ zu ermitteln. Da wir anhand des Wechselkurses bereits wissen, dass 1 € einem Betrag von 1,11885 US$ entspricht, müssen wir noch nicht einmal auf eine Einheit herunter rechnen, da diese Information bereits vorliegt:

Einheit:	1 €	=	1,11885 US$	
	x 7,50		**x** 7,50	=> je mehr, desto mehr
gesucht:	7,50 €	=	$\boxed{\text{X US\$}}$	

X US$ = 1,11885 US$ x 7,50 = 8,39 US$

oder die **Lösung in einem Schritt**:

gegeben:	1 €	=	1,11885 US$
gesucht:	7,50 €	=	X US$ = 1,11885 US$ x $\frac{7,50}{1}$

Da die Division durch 1 keinerlei rechnerische Wirkung hat, kann man in der Formel darauf auch verzichten:

X US$ = 1,11885 US$ x 7,50 = 8,39 US$

Die allgemeine Formel zur Umrechnung eines Euro-Betrags in eine Fremdwährung lautet demnach:

Fremdwährungsbetrag = Eurobetrag x Wechselkurs

Als Wechselkurs ziehen wir hier wie bereits gesagt die Mengennotierung heran.

2.3.2 Fall 2: Umrechnung von Fremdwährungsbeträgen in Eurobeträge

Die Umrechnung des Einkaufspreises von 125 US$ für den Procyon in Euro funktioniert analog – hier müssen wir jedoch wie üblich erst mal auf eine Einheit herunter rechnen:

gegeben:	1,11885 US$	=	1,00 €	
	: 1,11885		: 1,11885	=> je weniger, desto weniger
Einheit:	1 US$	=	0,89378 €	
	x 125,00		x 125,00	=> je mehr, desto mehr
gesucht:	125,00 US$	=	$\boxed{X €}$	

$$X\text{ €} = 1{,}00\text{ €} \times \frac{125{,}00}{1{,}11885} = 111{,}72\text{ €}$$

Wie vielleicht auffällt, kommen wir beim herunter rechnen auf eine Einheit automatisch auf die Preisnotierung des Wechselkurses, da diese den Kehrwert der Mengennotierung bildet:

1 / 1,11885 = 0,89378

Die zu Beginn der Endformel erfolgende Multiplikation mit 1,00 € hat auch hier keinerlei rechnerische Wirkung, weshalb man hier ebenso darauf verzichten kann:

$$X\text{ €} = \frac{125{,}00}{1{,}11885} = 111{,}72\text{ €}$$

oder auch hier die **Lösung in einem Schritt**:

gegeben:	1,11885 US$	=	1,00 €
gesucht:	125,00 US$	=	$X\text{ €} = 1{,}00\text{ €} \times \frac{125{,}00}{1{,}11885}$

$$= \frac{125{,}00}{1{,}11885} = 111{,}72\text{ €}$$

Die allgemeine Formel zur Umrechnung eines Fremdwährungs-Betrags in Euro lautet demnach:

Eurobetrag = Fremdwährungsbetrag / Wechselkurs

Als Wechselkurs ziehen wir auch hier die Mengennotierung heran.

2.4 Übungsaufgaben zum Währungsrechnen

Für die folgenden Aufgaben liegt folgende Wechselkurstabelle zugrunde:

EUR/USD	1,475	EUR/CZK	26,41
EUR/JPY	134,14	EUR/PLN	4,2447
EUR/GBP	0,89383	EUR/NZD	2,0302
EUR/CHF	1,5128	EUR/HKD	11,44
EUR/AUD	1,626	EUR/CAD	1,0809

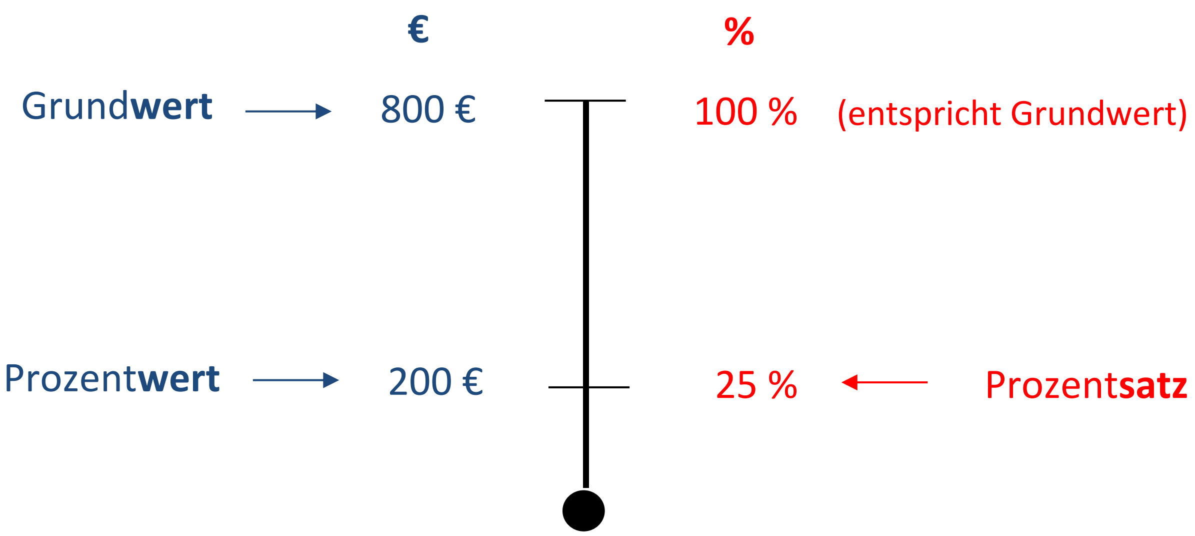
1. Ein Aussteller aus Großbritannien begleicht nach Beendigung der ANUGA seine Hotelrechnung über 940,00 € bar mit britischen Pfund. Wie viel Pfund hat er zu zahlen?
2. Für eine Geschäftsreise nach Amerika wechselt ein Repräsentant 600,00 € in US$ um. Welcher Dollarbetrag wird ihm ausgezahlt?
3. Ein Messebesucher aus Polen wechselt in Hannover 2.500,00 Zloty in € um. Wie viel € erhält er?
4. Ein Vertreter wechselt für eine Geschäftsreise nach Tschechien 700,00 € in tschechische Kronen um. Wie viel tschechische Kronen erhält er?
5. Für eine Geschäftsreise nach Großbritannien benötigt ein Kaufmann 800,00 Pfund in bar. Wie viel € muss er dafür eintauschen?
6. Für eine Klassenfahrt nach Polen wechselt eine Schülerin 71,00 € in Zloty um. Wie viele Zloty erhält sie?
7. Von einer Urlaubsreise nach Australien bringt ein Tourist 260 australische Dollar zurück. Wie viel EUR zahlt ihm seine Sparkasse aus?
8. Für die gleiche Rohstoffmenge gleicher Qualität erhält ein Hamburger Importeur drei Angebote: aus England zu 2.800,00 brit. Pfund aus den USA zu 4.400,00 US$ aus Neuseeland zu 9.000,00 NZ$
   Welches Angebot ist das günstigste?
9. Zum Ausgleich einer Rechnung überweist ein kanadischer Importeur 9.850,60 CAD an seinen Lieferer in Deutschland. Dessen Bank schreibt ihm den Betrag unter Abzug von 0, 5% Wechselkursgebühren in € gut. Wie viel € erhält der deutsche Lieferer?
10. Ein Unternehmen im Schwarzwald bietet Kuckucksuhren zum Preis von 138,00 € an. Wie lautet dieser Preis bei einem Angebot in Yen und Hongkong Dollar?
11. Ein Schweizer Tourist kauft in Berlin eine Spiegelreflexkamera für 1.099,00 €. Welchem Preis in Schweizer Franken entspricht das?

3. Einfaches Prozentrechnen

3.1 Grundlagen des Prozentrechnens

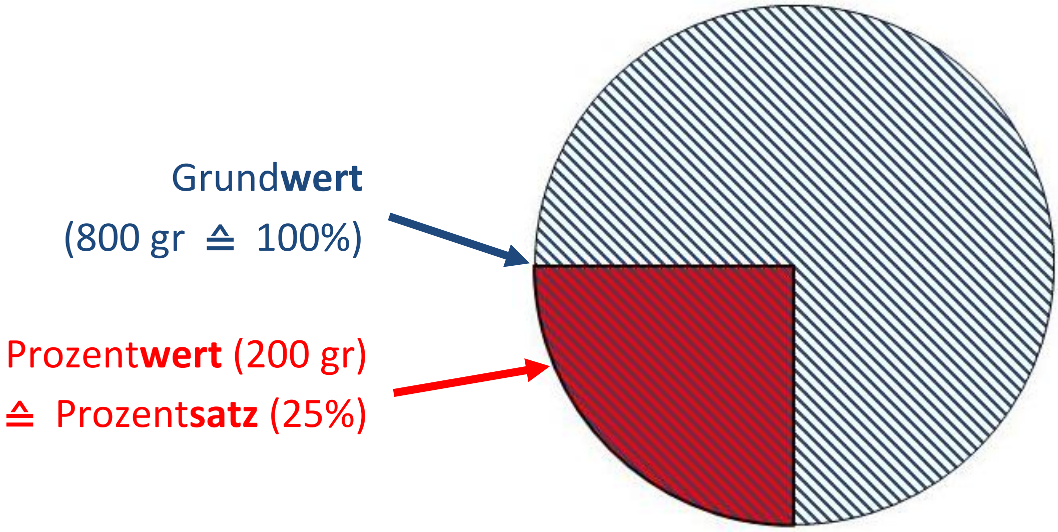
Wie das Dreisatzrechnen ist auch das Prozentrechnen eine Form des Verhältnisrechnens. Hierbei werden zwei verschiedene Werte gleicher Maßeinheit auf einer Verhältnisskala von 0 – 100 (%) in Relation zueinander gesetzt. Einer der beiden Werte stellt dabei den so genannten **Grundwert** dar, welcher auf der Prozentskala den **100%** entspricht. Der andere Wert stellt den so genannten **Prozentwert** dar, welcher auf der Prozentskala dem so genannten **Prozentsatz** entspricht.

Man kann sich diese Verhältnisskala wie ein zweiseitiges Lineal vorstellen, bei welchem auf einer Seite die Abstände in cm und auf der anderen Seite in Zoll abgemessen werden – oder wie ein Thermometer, bei welchem die Temperatur auf der linken Skala in Celsius und auf der rechten Skala in Fahrenheit ablesbar sind … nur eben dass bei der Verhältnisskala für das Prozentrechnen eine Seite mit den Prozent**sätzen** von 0 – 100 (oder auch darüber hinaus) versehen ist, wohingegen auf der anderen Seite die entsprechenden Prozentwerte der jeweils anderen Maßeinheit zugeordnet sind:



Wenn also in unserer obigen Darstellung die 800 € auf einer (Prozent)Skala von 0 bis 100 einem Skalenwert (Prozentsatz) von 100 entsprechen, dann entsprechen 200 € (1/4 von 800) somit einem Skalenwert (Prozentsatz) von 25 (1/4 von 100). Es ist dabei unerheblich, welche Maßeinheit die Werteskala hat – die Euros könnten auch Äpfel, Kilogramm, Meter oder was auch immer sein – entscheidend ist, dass sie auf der Prozentskala von 0 bis 100 ins entsprechende Verhältnis zueinander gebracht werden. Der Grundwert ist dabei derjenige Wert, der auf der Prozentskala den 100% entspricht und der somit als Vergleichsbasis bzw. als Orientierung dient, um dem anderen Wert (dem Prozentwert) den ihm entsprechenden Prozentsatz auf der Prozentskala von 0 bis 100 zuordnen zu können – oder umgekehrt.

Man kann sich das Ganze auch als einen Kuchen vorstellen. Gehen wir davon aus, wir hätten einen ganzen Kuchen, der 800 Gramm wiegt. Der ganze Kuchen ist unser Grundwert und somit unsere Vergleichsbasis, um z. Bsp. die verhältnismäßige bzw. relative Größe eines daraus heraus geschnittenen Kuchenstücks zu ermitteln. Ein Kuchenstück mit einem Gewicht von 200 Gramm (1/4 von 800 gr) würde somit 25% (1/4 von 100 %) des ganzen Kuchens entsprechen:



Bei der Prozentrechnung sind grundsätzlich drei der insgesamt vier Werte gegeben … und der fehlende vierte Wert wird gesucht. Da der Grundwert bei der einfachen Prozentrechnung grundsätzlich 100% entspricht, sind die 100% hier grundsätzlich per se gegeben, so dass es sich bei dem gesuchten Wert stets nur um den Prozentsatz, den Prozentwert oder den Grundwert handeln kann.

Wie wir auf den folgenden Seiten sehen werden, handelt es sich beim Prozentrechnen faktisch um nichts anderes als um das bereits bekannte Dreisatzrechnen – nur dass eben eine Maßeinheit dabei eben „Prozent“ ist.

Erfreulich beim Prozentrechnen ist weiterhin, dass es sich beim Prozentrechnen grundsätzlich um den einfachen Dreisatz mit proportionalem Verhältnis handelt. Das antiproportionale Verhältnis kommt beim Prozentrechnen nicht zum Tragen, da sich die beiden Maßeinheiten (Prozent sowie die jeweils andere Maßeinheit) auf der Verhältnisskala stets in proportionaler Weise entsprechen.

3.2 Berechnung des Prozentwertes

3.2.1 Ausgangssituation

Beim Stöbern in den aktuellen Werbeblättchen stoßen Sie auf folgende Anzeige:

Wie viel € würden Sie gegenüber dem regulären Preis für den Tornado Hyperpower sparen, wenn Sie ihn diesen Monat noch bestellen?

3.2.2 Lösung in einzelnen Schritten

Wie gesagt handelt es sich beim Prozentrechnen um nichts anderes als um einen einfachen Dreisatz mit proportionalem Verhältnis. Die methodische Vorgehensweise zur Lösung ist daher identisch.

Es empfiehlt sich somit auch hier, die Werte gleicher Maßeinheit untereinander zu schreiben und den gesuchten Wert rechts unten zu positionieren. Gesucht ist der Betrag, welcher den 15% Rabatt vom regulären Preis i.H.v. 95,00 € entspricht. Dieser ist gleichsam der Grundwert:

gegeben:	100 %	95,00 €	
	: 100		: 100
Einheit:	1 %	0,95 €	
	x 15		**x** 15
gesucht:	15 %	$\boxed{X\ €}$	

$$X\,€ = 95{,}00\,€ \times \frac{15}{100} = 14{,}25\,€$$

3.2.3 Lösung in einem Schritt

Auch hier können wir natürlich die bereits bekannte Lösungsweise in einem Schritt anwenden:

gegeben:	100 %	≙	95,00 €
gesucht:	15 %	≙	$X\,€ = 95{,}00\,€ \times \frac{15}{100}$

$$= 95{,}00\,€ \times 0{,}15 = 14{,}25\,€$$

Konservativ kann man aus der Berechnung also folgende Formel zur Berechnung des Prozentwertes ableiten:

$$\textbf{Prozentwert} = \text{Grundwert} \times \frac{\text{Prozentsatz}}{100}$$

Man beachte, dass der sich aus dem Bruch ergebende **Multiplikationsfaktor 0,15** faktisch nichts anderes als der **Dezimalwert von 15%** ist. (15 Prozent = 15 von 100 = 15/100 = 0,15)

Lateinisch: „pro cent" = „von Hundert" => 15% = 15/100 = 0,15

Zur Berechnung des **Prozentwertes** kann man also auch einfach den **Grundwert mit dem Dezimalwert des Prozentsatzes multiplizieren**.

3.3 Berechnung des Prozentsatzes

3.3.1 Ausgangssituation

Sie haben eine Klassenarbeit geschrieben, bei welcher eine Maximalpunktzahl von 40 Punkten erzielt werden konnte. Sie selbst haben dabei 14 Punkte erzielt. Da die Note aus der prozentual erreichten Punktzahl ermittelt wird, stellt sich somit die Frage, wie viel Prozent von der Gesamtpunktzahl Sie erreicht haben.

3.3.2 Lösung in einzelnen Schritten

Bei dieser Aufgabenstellung ist die maximal erreichbare Gesamtpunktzahl gegeben, welche unserem Grundwert und somit 100% entspricht. Weiterhin ist die Punktzahl gegeben, die Sie bei der Arbeit erzielt haben und welche den Prozentwert bildet. Gesucht ist somit der Prozentsatz.

Die Vorgehensweise zur Ermittlung des gesuchten Wertes entspricht auch hier der des einfachen Dreisatzes mit proportionalem Verhältnis:

gegeben:		40 P.	100 %	
	: 40			: 40
Einheit:		1 P.	2,50 %	
	x 14			x 14
gesucht:		14 P.	$\boxed{X\ \%}$	

$$X\ \% = 100\ \% \times \frac{14}{40} = 35\ \%$$

3.3.3 Lösung in einem Schritt

Auch hier können wir natürlich die bereits bekannte Lösungsweise in einem Schritt anwenden:

gegeben:	40 P.	≙	100 %
gesucht:	14 P.	≙	$X\ \% = 100\ \% \times \frac{14}{40}$

$$= 100\ \% \times 0{,}35 = 35\ \%$$

Konservativ kann man aus der Berechnung also folgende Formel zur Berechnung des Prozentsatzes ableiten:

$$\textbf{Prozentsatz} = 100\ \% \times \frac{\text{Prozentwert}}{\text{Grundwert}}$$

Man beachte, dass der sich aus dem Bruch ergebende **Multiplikationsfaktor 0,35** faktisch nichts anderes als der **Dezimalwert von 35%** ist. (14 von 40 = 14/40 = 0,35 = 35%)

Lateinisch: „pro cent“ = „von Hundert“ => 0,35 = 35/100 = 35%

Zur Berechnung des **Prozentsatzes** kann man also auch einfach den **Prozentwert durch den Grundwert dividieren** und sodann das Komma um zwei Stellen nach rechts verschieben.

3.4 Berechnung des Grundwertes

3.4.1 Ausgangssituation

Beim Kauf eines mp3-Players erhalten Sie 12 % Rabatt, was einer Ersparnis von 7,80 € entspricht. Wie viel € hätten Sie normalerweise (ohne Rabatt) für den mp3-Player zahlen müssen?

3.4.2 Lösung in einzelnen Schritten

Bei dieser Aufgabenstellung ist der Prozentsatz (12% Rabatt) sowie der dem entsprechende Prozentwert (7,80 €) gegeben. Ebenfalls sind als dritter Wert die 100% gegeben, welche dem unbekannten und somit gesuchten Grundwert entsprechen, von welchem der Rabatt berechnet wird.

gegeben:		12 %	≙	7,80 €	
	: 12				: 12
Einheit:		1 %	≙	0,65 €	
	x 100				x 100
gesucht:		100 %	≙	$\boxed{\text{X €}}$	

$$X\ \% = 7{,}80\ € \times \frac{100}{12} = 65{,}00\ €$$

3.4.3 Lösung in einem Schritt

Auch hier können wir natürlich die bereits bekannte Lösungsweise in einem Schritt anwenden:

gegeben:	12 %	≙	7,80 €
gesucht:	100 %	≙	X €

$$X\ € = 7{,}80\ € \times \frac{100}{12}$$

$$= 7{,}80\ € \times 8{,}33 = 65{,}00\ €$$

Konservativ kann man aus der Berechnung also folgende Formel zur Berechnung des Grundwertes ableiten:

$$\textbf{Grundwert} = \text{Prozentwert} \times \frac{100}{\text{Prozentsatz}}$$

Anstatt den Grundwert mit 100/12 zu multiplizieren, kann man diesen laut allgemeiner Rechenregel aber auch durch den Kehrwert des Bruchs (also durch 12/100) dividieren. Somit kann man die Berechnungsformel daher auch wie folgt umstellen:

$$X\,€ = 7{,}80\,€ \times \frac{100}{12} = 7{,}80\,€ : \frac{12}{100} = 7{,}80\,€ : 0{,}12 = 65{,}00\,€$$

Man beachte, dass der Kehrwert **12/100 = 0,12** des ursprünglichen Bruchs (100/12) faktisch nichts anderes als der **Dezimalwert von 12%** ist.

Da wir aus dem ursprünglichen Bruch jedoch den Kehrwert gebildet haben, dürfen wir den Grundwert daher auch nicht wie ursprünglich mit diesem multiplizieren, sondern wir müssen ihn stattdessen durch den Kehrwert teilen. D.h. wenn wir den Bruch umkehren (aus Nenner wird Zähler und aus Zähler wird Nenner), dann müssen wir auch die Berechnung entsprechend umkehren (aus Multiplikation wird Division)

Zur Berechnung des **Grundwertes** kann man also auch einfach den **Prozentwert durch den Dezimalwert des Prozentsatzes dividieren**.

3.5 Übungsaufgaben zum einfachen Prozentrechnen

1. Eine Schrankwand ist mit 999 € ausgezeichnet. Bei Barzahlung werden 2% Skonto gewährt. Wie viel € beträgt der Skontobetrag?
2. Beim Abfüllen von 310 Liter Apfelsaft in Literflaschen beträgt der Abfüllverlust 7,75 Liter. Wie viel Prozent beträgt der Abfüllverlust?
3. Ein Vertreter erhält für den Abschluss eines Auftrages eine Provision von 5,5%. Das sind 194,70 €. Über welche Summe lautet der von ihm vermittelte Auftrag?
4. Im Sommerschlussverkauf wird der Preis für eine Hose von 119 € auf 69 € gesenkt. Wie hoch ist die Preissenkung in % (2 Stellen hinterm Komma)?
5. Ein Kaufmann erhält eine Rechnung über 2.410 €. Wegen eines Transportschadens an der Ware gewährt der Lieferer dem Kunden 15 % Sondernachlass. Beim Rechnungsausgleich zieht der Kunde 2 % Skonto vom Restbetrag ab. Wie hoch ist der Überweisungsbetrag? (Hinweis: diese Aufgabe müssen Sie zweistufig rechnen, d.h. der Skontobetrag wird von dem um den Sondernachlass reduzierten Preis berechnet!)
6. Sie möchten sich ein Moped für 750,- € kaufen. Auf Ihre Frage nach einem Preisnachlass bietet Ihnen der Verkäufer 6% Rabatt an. Wie hoch ist deine Ersparnis gegenüber dem Listenpreis?
7. Der Preis für einen PC, der normalerweise 1250,- € kostet, wird im Sonderangebot um 200,- € reduziert. Welchem Prozentsatz entspricht diese Preisreduktion?
8. Sie haben 12% Rabatt auf ein Handy erhalten und dadurch 15,- € gegenüber dem normalen Preis gespart. Was hätte das Handy normalerweise gekostet?
9. Ein Fachhandel für Unterhaltungselektronik erhält einen mp3-Player zu einem Händlerpreis von 78,- €. Gemäß Preisliste des Herstellers beträgt der reguläre Verkaufspreis für den mp3-Player 117,- €. Wie hoch ist der Händlerrabatt, den das Fachhandelsgeschäft auf die Preisliste des Herstellers erhält?
10. Sie müssen als Angestellter eines Fachhandels für Unterhaltungselektronik den Verkaufspreis für einen mp3-Player kalkulieren. Der Netto-Einkaufspreis beträgt 78,- €. Gemäß Ihrer Kalkulationsvorgaben sind zur Errechnung des Netto-Verkaufspreises 50% Handelsspanne auf den Einkaufspreis aufzuschlagen. Wie hoch ist der Netto-Verkaufspreis?
11. Ein Angestellter, der bislang ein Gehalt von 1760,- € verdiente, erhält eine Gehaltserhöhung von 5,5%. Wie hoch wird sein Gehalt in Zukunft ausfallen?
12. Auf den Kauf eines Mopeds erhalten Sie 7% Rabatt. Dadurch sparen Sie 37,80 € gegenüber dem regulären Preis. Wieviel Euro hätte Sie das Moped normalerweise gekostet?
13. Ein Handelsvertreter erhält auf seine Verkaufsumsätze in Höhe von 61.320,- € eine Provision von 1.839,60 €. Wie hoch ist sein Provisionssatz in Prozent?

4. Prozentrechnen mit verändertem Grundwert

4.1 Veränderter Grundwert

Anders als beim *einfachen Prozentrechnen* ist uns beim ***Prozentrechnen mit verändertem Grundwert*** der den **100%** entsprechende **Grundwert nicht bekannt**, sondern es liegt uns als Rechenbasis nur ein Wert vor, der weniger oder mehr als dem eigentlichen Grundwert von 100% entspricht (dies ergibt sich aus der jeweiligen Aufgabenstellung). Dementsprechend haben wir somit entweder einen **verminderten** (< 100%) oder einen **erhöhten** (> 100%) **Grundwert** vorliegen, den wir in Verbindung mit dem ihm entsprechenden Prozentsatz **als Rechenbasis** heranziehen müssen.

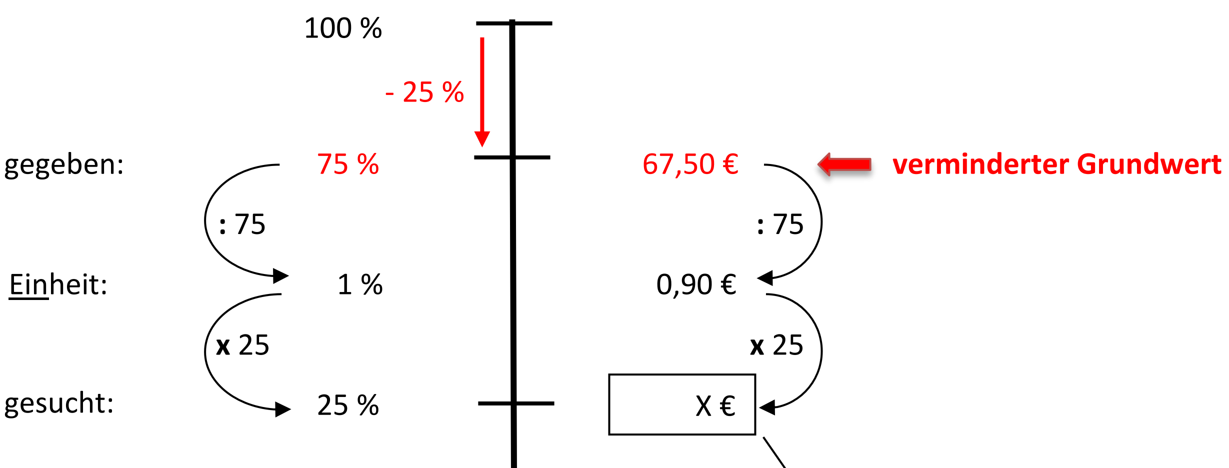
4.2 Prozentrechnen mit vermindertem Grundwert

4.2.1 Ausgangssituation

Aufgrund der überwältigenden Apfelernte bietet Lucie ihre Äpfel auf dem Wochenmarkt mit 25% Rabatt an, so dass ein Zentner Äpfel nur 67,50 € kostet. Wie viel € beträgt der Preisnachlass?

4.2.2 Lösung in einzelnen Schritten

Bei dieser Aufgabenstellung sind uns nur zwei Werte bekannt – nämlich der Rabattsatz von 25% und der um den Rabatt bereits reduzierte Betrag von 67,50 € für ein Zentner Äpfel. Der normale Preis, welcher dem eigentlichen Grundwert von 100% entspricht und von welchem der Rabatt berechnet wurde, ist uns hingegen nicht bekannt! Aus der Aufgabenstellung geht jedoch hervor, dass dieser **um 25% Rabatt vermindert** wurde und somit **folglich nur noch 75% Prozent** des normalen Preises zu zahlen sind, **was** eben den **67,50 € entspricht**, welche gleichsam den **verminderten Grundwert** darstellen. Mittels dieser gedanklichen Vorüberlegung können wir somit also wieder unseren Dreisatz bilden – und exakt so ist eine Prozentrechnung mit vermindertem Grundwert auch zu lösen:



$$X\,€ = 67{,}50\,€ \times \frac{25}{75} = 22{,}50\,€$$

4.2.3 Lösung in einem Schritt

Auch hier können wir natürlich die bereits bekannte Lösungsweise in einem Schritt anwenden:

gegeben: 100% -25% = 75 % ≙ 67,50 €

gesucht: 25 % ≙ $X\,€ = 67{,}50\,€ \times \frac{25}{75}$

$= 67{,}50\,€ \times 0{,}33 = 22{,}50\,€$

Auf diese Weise können wir gleichsam für einen jeden beliebigen anderen Prozentsatz den entsprechenden Prozentwert errechnen – oder umgekehrt. So könnten wir zu obiger Aufgabe z. Bsp. auch ermitteln, wie hoch der normale Preis (100%) in Euro wäre … oder wie viel Prozent Rabatt vom normalen Preis ein Nachlass i.H.v 45,00 € entspräche. Merken wir uns also:

Wenn nur ein Wert bekannt ist, der weniger als 100% entspricht, dann wird dieser verminderte Grundwert sowie der entsprechende Prozentsatz als Rechenbasis herangezogen.

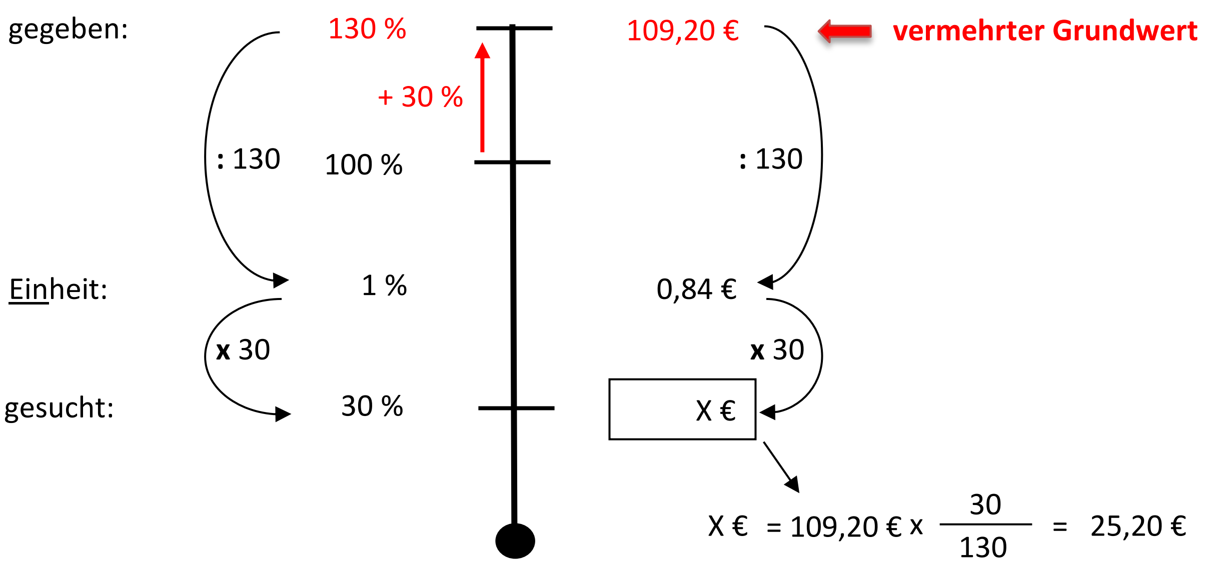
4.3 Prozentrechnen mit vermehrtem Grundwert

4.3.1 Ausgangssituation

Dem Fischhändler Heinz Hecht ist zu Ohren gekommen, dass Bratheringe ab sofort rationiert werden und daher nur noch in begrenzter Menge verfügbar sind. Aufgrund der Verknappung hat sich Herr Hecht dazu entschlossen, seinen Preis für Bratheringe um 30% zu erhöhen. Der neue Preis für eine Großpackung Bratheringe liegt dadurch nun bei 109,20 €. Um wie viel Euro ist der Preis pro Großpackung dadurch angestiegen?

4.3.2 Lösung in einzelnen Schritten

Bei dieser Aufgabenstellung sind uns nur zwei Werte bekannt – nämlich der Prozentsatz von 30%, um welchen der bisherige Preis erhöht wurde und der um diesen Prozentsatz bereits erhöhte neue Preis von 109,20 € für eine Großpackung Bratheringe. Der alte Preis, welcher dem eigentlichen Grundwert von 100% entspricht und von welchem aus die Preiserhöhung von 30% kalkuliert wurde, ist uns hingegen nicht bekannt! Aus der Aufgabenstellung geht jedoch hervor, dass dieser **um 30% vermehrt** wurde und somit **folglich nun 130% Prozent** des ursprünglichen Preises zu zahlen sind, **was** eben den **109,20 € entspricht**, welche gleichsam den **vermehrten Grundwert** darstellen. Mittels dieser gedanklichen Vorüberlegung können wir somit also wieder unseren Dreisatz bilden – und exakt so ist eine Prozentrechnung mit vermehrtem Grundwert auch zu lösen:



4.3.3 Lösung in einem Schritt

Auch hier können wir natürlich die bereits bekannte Lösungsweise in einem Schritt anwenden:

gegeben:	100% +30% =	130 %	≙	109,20 €
gesucht:		30 %	≙	$X\,€ = 109{,}20\,€ \times \frac{30}{130}$
				$= 109{,}20\,€ \times 0{,}23 = 25{,}20\,€$

Auf diese Weise können wir gleichsam für einen jeden beliebigen anderen Prozentsatz den entsprechenden Prozentwert errechnen – oder umgekehrt. So könnten wir zu obiger Aufgabe z. Bsp. auch ermitteln, wie hoch der ursprüngliche Preis (100%) in Euro wäre … oder welchem Prozentsatz vom alten Preis eine Preiserhöhung um 45,00 € entsprochen hätte. Merken wir uns also:

Wenn nur ein Wert bekannt ist, der mehr als 100% entspricht, dann wird dieser vermehrte Grundwert sowie der entsprechende Prozentsatz als Rechenbasis herangezogen.

4.4 Problematik bei verändertem Grundwert

Beim Prozentrechnen mit verändertem Grundwert wir oftmals der Fehler gemacht, dass der gesuchte Wert direkt vom erhöhtem oder verminderten Grundwert berechnet wird. Nehmen wir hierzu also Beispiel die letzte Aufgabe aus Kapitel 5.3:

Würde man die gesuchten 30% direkt von dem in der Aufgabe vorgegebenen Wert (109,20 €) berechnen, so käme man nicht auf die bereits errechneten 25,20 €, sondern auf folgendes Ergebnis:

109,20 € x 30% = 32,76 €

Diese Berechnung wäre aber falsch!

Hierzu muss man sich vor Augen führen, dass die 30% Preiserhöhung ja ursprünglich vom alten Preis berechnet wurden, der hierfür als Ausgangsbasis diente und somit den eigentlichen Grundwert zur Berechnung der 30% Preiserhöhung bildete. Machen wir hierzu eine kurze Probe:

Der ursprüngliche Preis war:	130%	≙	109,20 €
	- 30%	≙	- 25,20 €
	100%	≙	84,00 €

Wenn wir nun als Gegenprobe 30% von 84,00 € errechnen, so erhalten wir:

84,00 € x 30% = 25,20 €

Die Rechnung geht also auf!

Bei der vorherigen Berechnung (von 109,20 € ausgehend) wäre dies hingegen nicht der Fall, da die 30% dabei von einem höheren Wert als dem eigentlichen Grundwert (100%) berechnet würden – nämlich von dem bereits um die 30% erhöhten Grundwert … und 30% von 109,20 € sind eben mehr als 30% von 84,00 € !

Die Basis und der Grundwert (100%) zur Berechnung der Preiserhöhung um 30% ist jedoch wie bereits gesagt der alte Preis!

Man muss sich bei solchen Aufgabenstellungen daher zuvor bewusst machen, dass es sich bei dem in der Aufgabenstellung gegebenen Wert nicht um den Wert handelt, der 100% entspricht, sondern dass man es dabei mit einem Wert zu tun hat, der entweder mehr oder weniger als 100% entspricht und dass man für diesen gleichsam den jeweils entsprechenden Prozentsatz als Rechenbasis ansetzen muss.

Für diese geistige Leistung jedoch gibt es leider keine goldene Regel – außer dass man dies **anhand der Formulierungen in der Aufgabenstellung** entsprechend **herauslesen und erkennen** muss!

4.5 Übungsaufgaben zum Prozentrechnen mit verändertem Grundwert

1. Die 2,5 prozentigen Jahreszinsen wurden der Spareinlage am Jahresende gutgeschrieben, so dass der Sparbetrag jetzt 1541,23 € beträgt. Wie viel Zinsen wurden gezahlt?
2. Sie haben in einem Bekleidungsgeschäft 15% Rabatt auf eine Hose erhalten. Dadurch hat Sie die Hose nur 100 € gekostet. Wie hoch wäre der reguläre Preis für die Hose gewesen?
3. Sie kaufen eine Jacke für 100,- €. Als Handelsspanne hatte das Bekleidungsfachgeschäft zuvor 25% auf seinen Einkaufspreis aufgeschlagen. Wie hoch war der Einkaufspreis, den das Geschäft für die Jacke bezahlt hat?
4. Im vergangenen Jahr erzielte ein Unternehmen einen Jahresumsatz von 3.645.325,- €. Im Vergleich zum Vorjahr ergab sich daraus eine Umsatzsteigerung von 7,5%. Wie hoch war der Umsatz im Vorjahr?
5. Nach Abzug von 25% Lohnsteuer beträgt das Nettogehalt eines Angestellten 1800,- €. Wie hoch ist sein Bruttogehalt incl. Lohnsteuer?
6. Eine Großschlachterei erhält den Auftrag zur Lieferung von 450 kg Fleisch. Berechnen Sie das erforderliche Lebendgewicht der Schlachttiere, wenn der Schlachtverlust 16 2/3 % beträgt.
7. Eine Fabrik rechnet mit einer Ausschussquote von 7 ½ %. Wie viel kg. Material muss sie einsetzen, um daraus 3330 kg verkaufsfähige Ware zu produzieren?
8. Bei der Verarbeitung von Mehl zu Brot entsteht durch den Zusatz von Flüssigkeit und Backzutaten eine Gewichtsvermehrung von 30%, bezogen auf die eingesetzte Mehlmenge. Wie viel kg Mehl sind erforderlich, um 338 kg Brot herzustellen?
9. Ein Gebietsreisender konnte seine Provision in diesem Jahr um 25% steigern. Zur Abdeckung der gestiegenen Fahrtkosten wurden ihm außerdem 10% des Steigerungsbetrags zugebilligt. Insgesamt beträgt seine Vergütung jetzt 4590 € je Monat. Errechnen Sie die Monatsbezüge des Reisenden im vergangenen Jahr.
10. Nach Abzug von 25% Rabatt und 3% Skonto vom Restbetrag zahlt ein Kunde 873,00 €
    a. Welchen Betrag hätte er ohne den Skontoabzug zahlen müssen?
    b. Wie viel Euro kostete die Ware vor dem Rabattabzug?
11. Der Preis einer Ware wird im März um 10% und im April nochmals um 5% herabgesetzt. Nun beträgt der Preis nur noch 684,00 €.
    a. Wie viel Euro kostete die Ware nach der ersten Preissenkung?
    b. Wie viel Euro kostete die Ware vor der ersten Preissenkung?
12. Ein Lieferer gewährt 20% Rabatt auf den Listenpreis, vom verbliebenen Rest 25% Sonderrabatt und vom nun noch verbliebenen Rest 3% Skonto. Ermitteln Sie den ursprünglichen Preis für einen Artikel, den ein Käufer nach Abzug sämtlicher Nachlässe mit 1047,60 € bezahlt.

5. Zinsrechnen

5.1 Grundlagen des Zinsrechnens

Zinsrechnen ist im Grunde genommen nichts anderes die **Erweiterung des Prozentrechnens um den Faktor *Zeit***. Es kommen also die bereits bekannten **Regeln der Prozentrechnung** zur Anwendung und darüber hinaus die entsprechende **Verhältnisrechnung für den Faktor *Zeit***, was letztendlich auf einen **zusammengesetzten Dreisatz** hinaus läuft, bei welchem eben auch die Maßeinheit „Prozent“ mit eine Rolle spielt.

Das Zinsrechnen ist zudem eine Anwendung des Prozentrechnens mit **speziellen Begriffen**:

Kapital (K) entspricht dem Grundwert

Zinsen (z) entspricht dem Prozentwert

Zinssatz (p) entspricht dem Prozentsatz (Zinssätze beziehen sich in der Regel auf ein Jahr)

5.2 Ermittlung der Zinstage

Hinsichtlich der Berechnung des Faktors *Zeit* gibt es beim Zinsrechnen einige Besonderheiten zu beachten, denn wir rechnen hierbei grundsätzlich

das **Zinsjahr** mit **360 Tagen**, nämlich **12 Monate** zu **je 30 Zinstagen**

Es werden also auch diejenigen Monate, die mehr oder weniger als 30 Tage haben mit 30 Tagen gerechnet. Die **einzige Ausnahme** hiervon ist bei Zinsgeschäften, die **per Ende Februar** enden – nur **in diesem Fall** wird der **Februar mit 28 bzw. 29 Tagen** gezählt. Geht der Zinszeitraum jedoch über den Februar hinaus, dann wird auch der Februar mit 30 Tagen gerechnet!

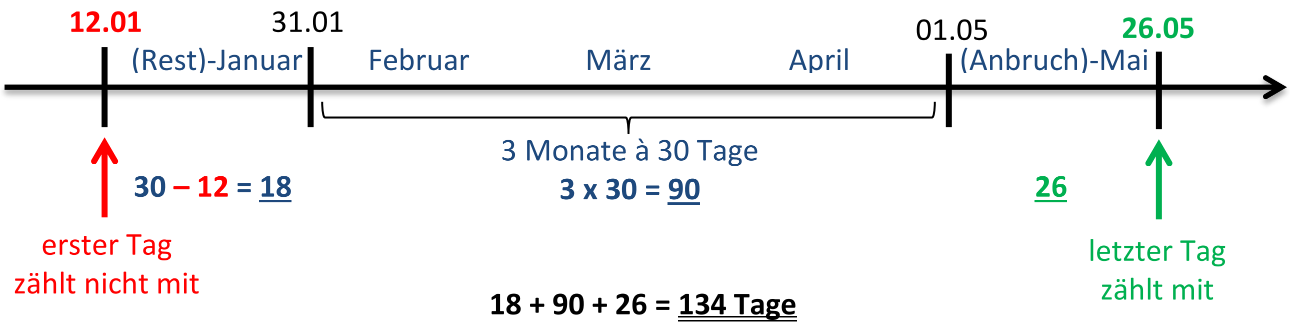
Beispiel: Bei einem Zinszeitraum vom 5. Januar bis zum 28. Februar würde man den Februar mit 28 Tagen rechnen. Bei einem Zinszeitraum vom 1. Januar bis zum 31. März hingegen würde man den Februar mit 30 Tagen rechnen – ebenso auch den März, da Monate mit 31 Tagen grundsätzlich als 30 Tage gezählt werden.

Zur Ermittlung der Zinstage eines Zinszeitraums **gilt weiterhin**:

Der **erste Tag** des Zinszeitraums wird **nicht mitgezählt**,

der **letzte Tag** des Zinszeitraums hingegen **wird mitgezählt**.

Beispiel: Für ein Darlehen vom 12. Januar bis zum 26. Mai würden sich folgende Zinstage ergeben:



Aufgabe:

Berechnen Sie die Zinstage für die folgenden Zeiträume:

a) 15.02.2015 – 27.02.2015

b) 17.01.2015 – 31.01.2015

c) 05.02.2015 – 03.03.2015

d) 23.01.2015 – 28.02.2015

e) 01.02.2015 – 03.09.2015

f) 31.01.2015 – 31.12.2015

g) 13.09.2015 – 14.05.2016

h) 17.03.2015 – 29.02.2016

i) 28.02.2015 – 31.07.2016

j) 05.03.2015 – 22.08.2017

5.3 Berechnung der Zinsen

5.3.1 Ausgangssituation

Das Haus von Familie Schaubuckel ist durch einen Hochwasserschaden schwer in Mitleidenschaft geraten und muss daher grundsaniert werden. Zur Grundsanierung und Neueinrichtung ihres Hauses benötigt Familie Schlaubuckel einen Betrag von 174.000,00 €. Dieser Betrag wurde Familie Schlaubuckel im Rahmen der Schadensregulierung von Seiten ihrer Versicherung zugesagt – allerdings wird der Betrag erst am 16.03. ausgezahlt werden. Familie Schlaubuckel benötigt das Geld jedoch schon jetzt, um schnellstmöglich mit der Renovierung beginnen zu können, weshalb sie die Zeit bis zur Auszahlung mit einem Kredit überbrückt. Die Bank hat ihr einen Kredit i.H.v. 174.000,00 mit einer Laufzeit vom 04.01 bis zum 16.03. zu einem Zinssatz von 4,5% zugesagt. Wieviel Zinsen wird die Familie dafür zahlen müssen?

5.3.2 Berechnung der Jahreszinsen

Zinssätze beziehen sich wie bereits gesagt i.d.R. auf ein Jahr. Würde Familie Schaubuckel den Kredit also für ein volles Jahr beanspruchen, dann wäre die Ermittlung der Zinsen sehr einfach und würde schlichtweg einer einfachen Berechnung des Prozentwertes entsprechen:

gegeben: $100\,\% \mathrel{\hat=} 174.000{,}00\text{ €}$

gesucht: $4{,}5\,\% \mathrel{\hat=} X\text{ €} = 174.000{,}00\text{ €} \times \frac{4{,}5}{100}$

$$= 174.000{,}00\text{ €} \times 0{,}045 = 7.830{,}00\text{ €}$$

Als Formel zur **Berechnung der Jahreszinsen** kann man aus obigem Rechenweg also ableiten:

$$\boxed{\textbf{Jahreszinsen} = \text{Kapital} \times \frac{\text{Zinssatz}}{100}}$$

Die Formel entspricht dabei faktisch der bereits bekannten Formel zur Berechnung des Prozentwertes – nur eben unter Verwendung der speziellen Begriffe aus der Zinsrechnung.

5.3.3 Berechnung der Tageszinsen für den Kreditzeitraum

Nun benötigt Familie Schlaubuckel das Kapital jedoch nicht für ein ganzes Jahr, sondern nur für den Zeitraum vom 04.01. bis zum 16.03. – also konkret für 26+30+16 = 72 Tage.

Für einen Kreditzeitraum von nur 72 Tagen fallen natürlich weniger Zinsen an als für ein ganzes Zinsjahr, was 360 Tagen entspricht. Um die Zinsen für 72 Tage auszurechnen, müssen wir daher die oben berechneten Jahreszinsen als Zwischenergebnis heranziehen und aus diesem mittels eines einfachen Dreisatzes die entsprechenden **Tageszinsen für den Kreditzeitraum** berechnen:

gegeben: 360 Tage ≙ 7.830,00 €

gesucht: 72 Tage ≙ $X\,€ = 7.830,00\,€ \times \frac{72}{360}$

$= 7.830,00\,€ \times 0,2 = 1.566,00\,€$

Faktisch haben wir die Tageszinsen nunmehr 2-stufig mittels zweier aufeinander folgender Dreisätze berechnet, denn die **Prozentrechnung des ersten Rechenschrittes** ist genau genommen ja ebenfalls eine Dreisatzrechnung, welche **im zweiten Rechenschritt um den Faktor Zeit erweitert** wird. Diese beiden aufeinander folgenden Rechenschritte lassen sich natürlich auch zu einem einzigen Rechenschritt zusammenfassen, was letztendlich auf einen **zusammengesetzten Dreisatz** bzw. einen **Kettensatz** hinausläuft:

	Prozent	Tage	Betrag
gegeben:	100 %	360 Tage	174.000 €
gesucht:	4,5 %	72 Tage	X €

$= 174.000\,€ \times \frac{4,5}{100} \times \frac{72}{360}$

$= 174.000\,€ \times 0,45 \times 0,2 = 1.566,00\,€$

Aus obiger Berechnung kann man also folgende **allgemeine Formel zur Berechnung der Zinsen** ableiten:

$$\textbf{Zinsen} = \text{Kapital} \times \frac{\text{Zinssatz}}{100} \times \frac{\text{Tage}}{360}$$

Prozentrechnung x Faktor Zeit

… oder in Kurzform:

$$\mathbf{z} = K \times \frac{p}{100} \times \frac{t}{360}$$

5.3.4 Übungsaufgaben

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die Zinsen (einschließlich der Zinstage) für die folgenden Kredite:

Nr.	Kapital	Zinssatz	Kreditzeitraum
a)	98.430,00 €	8 %	2. März 2016 – 19. September 2016
b)	14.390,00 €	9 %	24. April 2016 – 20. Oktober 2017
c)	33.360,00 €	6 %	17. März 2016 – 1. Oktober 2016
d)	45.270,00 €	5 %	1. April 2016 – 31. Juli 2016
e)	9.940,00 €	7 %	2. März 2016 – 20. August 2018
f)	12.430,00 €	6,6 %	8. April 2016 – 28. Dezember 2016
g)	56.960,00 €	9,1 %	20. März 2016 – 19. November 2016
h)	87.710,00 €	8,3 %	11. Mai 2016 – 1. Dezember 2020

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Rückzahlungsbeträge (Zinsen + Tilgung) für die folgenden Kredite:

Nr.	Darlehen	Zinssatz	Laufzeit
i)	4.560,00 €	8 %	1. Februar 2016 – 29. Oktober 2016
j)	6.790,00 €	9 %	3. März 2016 – 13. Dezember 2016
k)	2.430,00 €	5 %	25. Januar 2016 – 2. Dezember 2016
l)	9.380,00 €	6 %	13. Februar 2016 – 11. November 2016
m)	8.620,00 €	8,4 %	14. Januar 2016 – 9. Dezember 2018

Aufgabe 3:

Überlegen Sie, wie Sie durch Umstellung der Allgemeinen Zinsformel folgende Aufgaben lösen können:

a) Für ein Darlehen über 90 Tage müssen wir bei einem Zinssatz von 9% 1.620,00 € Zinsen zahlen. Wie hoch ist das Darlehen?

b) 14.400,00 € erbrachten vom 2. April bis zum 8. November einen Zinsertrag von 432,00 €. Errechnen Sie den Zinssatz!

c) Wir berechnen einem Geschäftspartner, an den wir eine Forderung von 12.000,00 € haben 5 % Verzugszinsen. Dies macht 800,00 € aus. Um wie viele Tage hat der Geschäftspartner das Zahlungsziel überzogen?

5.4 Berechnung von Kapital, Zinssatz und Zinstagen

Die **Berechnung von Kapital, Zinssatz und Zinstagen** erfolgt am leichtesten durch die **Umstellung der allgemeinen Zinsformel**.

5.4.1 Berechnung des Kapitals

Greifen wir hierzu nochmals die entsprechende Aufgabenstellung aus der letzten Übung auf:

Für ein Darlehen über 90 Tage müssen wir bei einem Zinssatz von 9% 1.620,00 € Zinsen zahlen. Wie hoch ist das Darlehen?

Durch **Umstellung der allgemeinen Zinsformel** können wir die **Formel zur Berechnung des Kapitals** ableiten:

$$z = K \times \frac{p}{100} \times \frac{t}{360} \qquad | \ \times 100 \quad \times 360$$

$$z \times 100 \times 360 = K \times p \times t \qquad | \ : p \quad : t \qquad \text{bzw.} \quad : (p \times t)$$

$$z \times \frac{100}{p} \times \frac{360}{t} = K$$

$$\boxed{\mathbf{K} = z \times \frac{100}{p} \times \frac{360}{t}}$$

Das Ergebnis der o.a. Aufgabenstellung lautet somit:

Kapital = 1.620 € * 100% * 360 Tage / 9% / 90 Tage = **72.000 €**

5.4.2 Berechnung des Zinssatzes

Auch hierzu greifen wir nochmals die entsprechende Aufgabenstellung aus der letzten Übung auf:

14.400,00 € erbrachten vom 2. April bis zum 8. November einen Zinsertrag von 432,00 €. Errechnen Sie den Zinssatz!

Umstellung der allgemeinen Zinsformel können wir auch die **Formel zur Berechnung des Zinssatzes** ableiten:

$$z = K \times \frac{p}{100} \times \frac{t}{360} \qquad | \times 100 \quad \times 360$$

$$z \times 100 \times 360 = K \times p \times t \qquad | : K \quad : t \qquad \text{bzw.} \quad : (K \times t)$$

$$z \times \frac{100}{K} \times \frac{360}{t} = p$$

$$\boxed{\mathbf{p} = z \times \frac{100}{K} \times \frac{360}{t}}$$

Das Ergebnis der o.a. Aufgabenstellung lautet somit:

Zinssatz = 432 € * 100% * 360 Tage / 14.400 € / 216 Tage = **5 %**

5.4.3 Berechnung des Zinstage

Aufgabe aus letzter Übung: *Wir berechnen einem Geschäftspartner, an den wir eine Forderung von 12.000,00 € haben 5% Verzugszinsen. Dies macht 800,00 € aus. Um wie viele Tage hat der Geschäftspartner das Zahlungsziel überzogen?*

Durch **Umstellung der allgemeinen Zinsformel** können wir auch die **Formel zur Berechnung der Zinstage** ableiten:

$$z = K \times \frac{p}{100} \times \frac{t}{360} \qquad | \times 100 \quad \times 360$$

$$z \times 100 \times 360 = K \times p \times t \qquad | : K \quad : p \qquad \text{bzw.} \quad : (K \times p)$$

$$z \times \frac{100}{p} \times \frac{360}{K} = t$$

$$\boxed{\mathbf{t} = z \times \frac{100}{p} \times \frac{360}{K}}$$

Das Ergebnis der o.a. Aufgabenstellung lautet somit:

Zinstage = 800 € * 100% * 360 Tage / 12.000 € / 5% = **480 Tage**

5.4.4 Übungsaufgaben

Aufgabe 1:

Berechnen Sie in diesem die fehlenden Größen der folgenden Aufgabenstellung:

Nr.	Kapital	Zinssatz	Tage	Zinsen
a)	154.000,00 €		65	3.892,78 €
b)	24.000,00 €		250	1.216,67 €
c)	35.700,00 €	5,00%		798,30 €
d)	6.900,00 €	6,60%		379,50 €
e)		8,50%	80	391,00 €
f)		9,00%	270	1.620,00 €
g)	95.000,00 €		340	4.306,67 €
h)	17.500,00 €		135	393,75 €

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die folgenden Aufgabenstellungen:

a) Berechnen Sie a) die Laufzeit in Tagen und b) die Zinsen für einen Kredit in Höhe von 29.300,00 € zu einem Zinssatz von 7,5% und einer Laufzeit vom 05.12.2015 (Kreditaufnahme) bis zum 31.07.2016.
b) Für einen Kredit zu einem Zinssatz von 9% und einer Laufzeit von 270 Tagen wurden 1.620,00 € an Zinsen berechnet. Wie hoch ist der Kreditbetrag?
c) Für einen Kredit in Höhe von 95.000,00 € und einer Laufzeit von 340 Tagen wurden 393,75 € an Zinsen berechnet. Zu welchem Zinssatz wurde der Kredit vergeben?
d) Für einen Kredit in Höhe von 35.700,00 € zu einem Zinssatz von 5% wurden 798,30 € an Zinsen berechnet. Welche Laufzeit hat der Kredit in Tagen?
e) Sie eröffnen am 23. Juli ein Sparbuch und zahlen 350,00 € ein. Der Zinssatz beträgt 2,5%. Berechnen Sie Ihr Guthaben zum Jahresende einschließlich der Zinsen.
f) Wie viele Tage muss man 2.000,00 € anlegen, um bei einem Zinssatz von 6,5% 58,50 € Zinsen zu erhalten?

6. Verteilungsrechnen

6.1 Ausgangssituation

Der Zoodirektor Manfred Wolf hat im Zoo einen Strauß von insgesamt 21 Blumen gesammelt. Die 21 Blumen möchte er seinen drei Verwaltungsmitarbeiterinnen schenken – und zwar möchte er die Blumen entsprechend der Attraktivität seiner Mitarbeiterinnen auf diese verteilen. Auf einer Attraktivitätsskala von 1 – 10 bewertet er dabei Frau Scharf mit 8 Punkten, Frau Lahmeier mit 2 Punkten und Frau Haas mit 4 Punkten. Wie viele Blumen erhalten die einzelnen Mitarbeiterinnen jeweils?

6.2 Lösung

Beim **Verteilungsrechnen** wird eine **Gesamtmenge** nach einem vorgegebenen **Verteilungsschlüssel** in entsprechende Einzelmengen **aufgeteilt**.

Das Verteilungsrechnen wird im kaufmännischen Bereich sehr häufig angewendet. So können z. Bsp. Gewinne, Kosten, Spesen, Lohnsummen oder auch Warenmengen nach bestimmten Verteilungsschlüsseln aufgeteilt werden. Das Verteilungsrechnen spielt insbesondere bei der Verteilung von Unternehmensgewinnen (nach Gesellschaftereinlagen) und bei der Aufteilung von Kosten eine wichtige Rolle. Es geht dabei üblicherweise um eine **gerechte oder angemessene Verteilung von Gewinnen oder Kosten**.

Im Fall unserer Beispielaufgabe geht es darum, die 21 Blumen nach Attraktivität der Mitarbeiterinnen aufzuteilen. Der Verteilungsschlüssel ergibt sich hier also aus den entsprechenden Attraktivitätspunkten: 8 : 2 : 4

Eine Verteilungsaufgabe löst man am besten tabellarisch, wobei sich Excel hierbei hervorragend anbietet. Dabei muss man **die einzelnen Werte des Verteilungsschlüssels** lediglich **zu einem Gesamtwert zusammenaddieren** und **der zu verteilenden Menge gegenüberstellen**:

Mitarbeiterin	**Attraktivität**	**Blumen**
Frau Scharf	8	
Frau Lahmeier	2	
Frau Haas	4	
Summe:	**14**	**21**

Um nun die Anzahl an Blumen zu ermitteln, die auf eine jede Mitarbeiterin entfällt, können wir einen einfachen Dreisatz mit proportionalem Verhältnis anwenden – nachfolgend am Beispiel von Frau Scharf farbig hervorgehoben:

Mitarbeiterin	Attraktivität	Blumen
Frau Scharf	8	$x = 21 * \frac{8}{14} = 12$
Frau Lahmeier	2	$x = 21 * \frac{2}{14} = 3$
Frau Haas	4	$x = 21 * \frac{4}{14} = 6$
Summe:	**14**	**21**

6.3 Verteilungsschlüssel

Der Verteilungsschlüssel kann grundsätzlich in unterschiedlicher Weise vorgegeben sein. Als Schlüssel für die Verteilung können:

- Brüche
- Prozentangaben
- oder Anteile bzw. Verhältnisse (wie z. Bsp. in unserer Beispielaufgabe 8 : 2 : 4)

herangezogen werden.

Grundsätzlich spiegeln diese aber allesamt jeweils das gleiche Aufteilungsverhältnis wider. Nachfolgend verschiedene Varianten des Verteilungsschlüssels aus unserer Beispielaufgabe:

Mitarbeiterin	Anteile	Brüche	Prozentangaben
Frau Scharf	8	$\frac{8}{14}$	57,14%
Frau Lahmeier	2	$\frac{2}{14}$	14,29%
Frau Haas	4	$\frac{4}{14}$	28,57%
Summe:	**14**	$\mathbf{\frac{14}{14}}$	**100,00%**

Verteilungsangaben mit Prozentwerten kann man dabei ganz einfach mit Hilfe der Prozentrechnung (Berechnung des Prozentwertes) lösen – Brüche hingegen kann man direkt als „Multiplikationsfaktor“ heranziehen, indem man die aufzuteilende Gesamtmenge mit dem Zähler des Bruches multipliziert und durch den Nenner des Bruches teilt. Am Beispiel von Frau Scharf:

$$x = 21 * \frac{8}{14} = 21 * 8/14 = 12$$

Gerade bei Brüchen kann es auch vorkommen, dass diese unterschiedliche Nenner haben, was die Aufgabestellung auf den ersten Blick etwas erschwert. In einem solchen Fall muss man diese einfach nur auf einen gemeinsamen Nenner bringen – idealerweise auf den kleinsten:

Mitarbeiterin	Verteilungsschlüssel	Gemeinsamer Nenner	Anteile
Frau Scharf	$\frac{8}{14}$	$\frac{8}{14}$ bzw. $\frac{4}{7}$	8 bzw. 4
Frau Lahmeier	$\frac{3}{21}$	$\frac{2}{14}$ bzw. $\frac{1}{7}$	2 bzw. 1
Frau Haas	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{14}$ bzw. $\frac{2}{7}$	4 bzw. 2
Summe:	$\frac{?}{?}$	$\mathbf{\frac{14}{14}}$ bzw. $\mathbf{\frac{7}{7}}$	**14** bzw. **7**

Oftmals kommt es auch vor, dass ein gemischter Verteilungsschlüssel vorgegeben ist, welcher aus Anteilen, Brüchen und Prozentangaben besteht … und wobei ggf. sogar eine Angabe fehlt – z. Bsp:

Mitarbeiterin	Verteilungsschlüssel	Blumen
Frau Scharf	$\frac{8}{14}$	
Frau Lahmeier	14,29%	
Frau Haas	Rest	
Summe:		**21**

In einem solchen Fall muss man wie bei einem Puzzle die fehlenden Werte durch logisches Vorgehen nach und nach schrittweise errechnen. In obigem Beispiel müsste man zunächst die Anzahl der Blumen für Frau Scharf und Frau Lahmeier anhand der vorgegebenen Verteilungsangaben errechnen und diese Werte sodann von 21 abziehen, um die verbleibenden Blumen für Frau Haas zu ermitteln.

Der Verteilungsschlüssel ist oftmals auch nicht direkt vorgegeben sondern muss aus der jeweiligen Aufgabenstellung erst durch logisches Herauslesen ermittelt werden.

6.4 Übungsaufgaben

1. Anlässlich eines Schlussverkaufs zahlt ein Firmeninhaber an seine beiden Verkäuferinnen eine Prämie von 450,00 €. Der Betrag soll an die Verkäuferinnen so verteilt werden, dass die zweite 25% mehr als die erste erhält.
2. Der Jahresumsatz eines Gemischtwarengeschäfts beträgt 420350,00 €. Davon entfallen auf Lebensmittel ¼, auf Genussmittel 1/5, auf Reinigungsmittel 2/7 und auf Textilien der Rest. Welchen Umsatz erbrachte jede Gruppe?

3. Ein Warenhaus spendet an drei Altenheime insgesamt 56 Tischlampen. Die Spende wird an die Heime entsprechend der Bewohnerzahl verteilt. Im 1. Altenheim wohnen 35 Menschen, das 2. bewohnen 105 Personen und im 3. wohnen 140 alte Leute. Wie viel Tischlampen erhält jedes Heim?
4. Drei Personen betreiben gemeinsam ein Tapetenfachgeschäft. Im Einzelnen sind beteiligt: Person A mit 66.000,00 €, Person B mit 38.000,00 € und Person C mit 24.000,00 €. Vom Gewinn, der 54.600,00 € beträgt, soll A für seine Mitarbeit vorab 6.000,00 € und B 7.000,00 € erhalten. Der Rest wird nach der Einlage verteilt. Wie viel € erhält jeder?
5. Der Reingewinn einer OHG beträgt 28.440,00 €. Die Gewinnverteilung soll nach den handelsrechtlichen Vorschriften erfolgen. Diese sehen vor, dass jeder Gesellschafter 4% Zinsen für seine Kapitaleinlage erhält und dass der Rest nach Köpfen verteilt wird. Die Kapitaleinlagen betragen bei A 38.600,00 €, bei B 44.800,00 € und bei C 48.500,00 €. Wie viel € erhält jeder Gesellschafter vom Gewinn?
6. Bei einem Gelegenheitsgeschäft wird ein Gewinn von 2.356,00 € erzielt. Person A erhält 30% weniger als Person B. Person B erhält 20% mehr als Person C. Welchen Betrag erhält jeder?
7. Auf einer Weinversteigerung ersteigerten 4 Weinhändler eine bestimmte Menge Wein. D nahm das Dreifache von B, während A und C jeweils die Hälfte der Menge kauften, die B und D zusammen ersteigerten. Der Preis je 100 ltr betrug 450,00 €. D zahlte 513,00 € (ohne Frachtkosten)
   Berechnen Sie:
   a) Die Menge, die jeder Weinhändler ersteigerte
   b) Den Preis, den jeder zu zahlen hatte – und berücksichtigen Sie dabei Frachtkosten von insgesamt 68,00 €.
8. Bei einem Gelegenheitsgeschäft wird ein Gewinn von 2.350,00 € erzielt. A erhält 30,00 € weniger als B. B erhält 20,00 € mehr als C. Wie viel € betragen die Anteile von A, B und C.
9. Ein Großhändler verkauft 3 Posten Waren mit einem Gewinnaufschlag von insgesamt 1.875,00 €. Der Aufschlag der Ware II war 25% höher als bei Ware I, während der Gewinn an der Ware III 20% über dem der Sorte II lag. Welchen Gewinn erzielte der Kaufmann an jeder Warensorte?
10. Die Raumkosten in Höhe von 2.140,00 € sind nach der angegebenen Fläche auf 3 Abteilungen umzulegen: 1. Abteilung: 9 mtr x 8 mtr, 2. Abteilung: 12 mtr x 9 mtr, 3. Abteilung: 20 mtr x 6 mtr
11. Am Gesamtgewinn einer Textilgroßhandlung waren die einzelnen Abteilungen folgendermaßen beteiligt: Herrenabteilung zu 1/6, Damenbekleidung zu ¼, Kinderbekleidung zu 2/5. Die Abteilung Kurzwaren erbrachte den restlichen Gewinn von 3.401,20 €.
    a) Wie viel € betrug der Gewinn des gesamten Unternehmens?
    b) Berechnen Sie den Gewinn der übrigen Abteilungen.
12. Nach einem besonders erfolgreichen Jahr zahlt Dr. P. Fohrmann seinen vier medizinischen Fachangestellten eine Prämie von insgesamt 4.075,00 €. Er verteilt die Zahlung nach der Anzahl der im letzten Jahr übernommenen Notdienste:
    A: 2 Tage, B: 4 Tage C: 7 Tage und D: 12 Tage
    Wie viel € erhält die medizinische Fachangestellte D?

13. Drei medizinische Fachangestellte zahlen wöchentlich 7,00 €, 5,00 € und 4,00 € in die Lotterie-Kasse. Die Gewinne werden auch in diesem Verhältnis geteilt. Wie viel € betrug ein Lotteriegewinn, wenn B hiervon 39,75 € erhielt
14. Die Heizkosten von 6.450,00 € in einem Ärztehaus sind auf vier Praxen im Verhältnis der Betriebsflächen zu verteilen:
    Internist: 90 m², Orthopäde: 145 m², Pädiater: 110 m², Urologe: 85 m²
    Errechnen Sie die Heizkosten des Pädiaters!
15. Zum Nachweis der Telefonkosten notierte ein Arzt für das Finanzamt die Anzahl der Praxis und Privatgespräche. Laut Aufzeichnung führte er 330 Praxisgespräche und 45 Privatgespräche. Berechnen Sie die Telefonkosten für die Praxis bei einer Monatsgebühr von 112,50 €.
16. An einem Labor beteiligten sich die Personen A, B und C. Entsprechend den Kapitalanteilen soll A 1/2 und B 2/5 des Jahresgewinns erhalten. A werden 98.000,00 € als Gewinnanteil ausgezahlt. Berechnen Sie den Gewinnanteil von B.
17. Die Ärzte A, B und C unterhalten in einem Ärztehaus gemeinsam eine Röntgenanlage. Die Stromkosten werden entsprechend der vertraglichen Nutzungszeiten im Verhältnis 8 : 11 : 7 verrechnet. Wie viel € beträgt der Anteil von Arzt B bei einer Stromrechnung von insgesamt 1.791,40 €?
18. Drei medizinische Fachangestellte vereinbaren, einen Lotteriegewinn so aufzuteilen, dass B doppelt so viel wie A und C halb so viel wie A erhält. Berechnen Sie die jeweiligen Anteile bei einem Gewinn von 4.802,00 €.
19. Die Internisten A, B, und C schaffen gemeinsam Laborgeräte an. Von den Kosten trägt A 1/7 und B 1/3.
    a) Wie viel € betragen die gesamten Anschaffungskosten, wenn C den Rest von 82.500,00 € bezahlt?
    b) Wie viel € muss A bezahlen?
20. Ein Arzt bestimmt in einem Abschnitt seines Testamentes, dass ein Betrag von 28.000,00 € auf seine vier Söhne zu verteilen ist., so dass C genau so viel erhält wie A und B zusammen, D doppelt so viel wie B und B zwei Drittel von A. Berechnen Sie die €-Beträge, die die vier Söhne jeweils erhalten.

